



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  www.tafrihicenter.ir/edu

 نمونه سوال  گام به گام

 امتحان نهایی  جزوه

 دانلود آزمون های آزمایشی

متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

www.tafrihicenter.ir

فصل چهارم : معادلات و نامعادله ها

۱. معادله درجه دوم و روش حل آنها

۱۱. سهمی

۱۱۱. تعیین علامت

درس اول معادله درجه دوم و روش حل آنها

- چي باد ميگيري تو اين درس :

❖ حل معادله درجه دوم به روش

- تجزيه
- ريشه گيري
- مربع كامل
- دلتا

❖ معادله درجه دوم:

معادله ی $ax^2 + bx + c = 0$ را یک معادله درجه دوم می‌گیریم.

❖ روش های حل معادله درجه دوم :

I. تجزیه : اگه تو تجزیه یک معادله داشته باشیم $AB = 0$ آنگاه $A=0$ یا $B=0$

✓ فاکتور گیری :

معادلاتی به روش $ax^2 + bx = 0$ را همیشه از این روش حل کرد . در این حالت جواب ها به صورت صفر و $-\frac{b}{a}$ هستند.

✓ اتحاد: با استفاده از اتحاد مزدوج یا اتحاد جمله مشترک :

II. روش مربع کامل :

معادلاتی به صورت $x^2 + bx + c = 0$ را همیشه با این روش حل کرد . کافیه نصف ضریب x را به توان ۲ رسانده و به

دو طرف معادله اضافه کنی . سپس دو طرف را مربع کامل کرده و از دو طرف جذر بگیر و جواب ها را پیدا کن.

III. حل معادله درجه دوم در حالت کلی :

ابتدا مقدار Δ را از فرمول $\Delta = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ یافته با توجه به مقدار آن ریشه ها را می یابیم.

- $\Delta > 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
- $\Delta = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a}$
- $\Delta < 0 \Rightarrow$ ریشه ندارد

IV. روش ریشه گیری : در این روش معادله را به صورت $x^2 = a$ نوشته و سپس جواب را از روابط $\begin{cases} x = \sqrt{a} \\ x = -\sqrt{a} \end{cases}$ بدست می آوریم .

نمرین

- معادلات زیر را به روش تجزیه حل کنید .

1. $x^2 - 8x = 9$

2. $x^2 - 7x = 0$

3. $25x^2 + 5x = 0$

4. $x^3 + x^2 = 56x$

5. $\frac{-1}{2}x = \frac{8}{3}x^2$

6. $8x^2 - 7x - 1 = 0$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

- معادلات زیر را به روش ریشه گیری (ریشه زوج) حل کنید .

7. $(5x - 4)^2 - 9 = 0$

8. $(2x - 1)^2 + 16 = 0$

- معادلات زیر را به روش مربع کامل حل کنید .

9. $x^2 - 4x = 21$

10. $x^2 + 6x = -25$

11. $5x^2 - 6x = 8$

12. $3x^2 + 2x = 5$

13. $x^2 + 5x = 1$

14. $2x^2 - 5x - 3 = 0$

• معادلات زیر را به روش دلتا حل کنید .

15. $4x^2 + 4x = 7$

16. $7x^2 - 5x + 2 = 0$

17. $(x + 1)^3 - x^3 = 1$

18. $14x^2 + 2x = 150$

• معادلات زیر را به روش دلخواه حل کنید .

$$19. x + 2\sqrt{x} - 3 = 0$$

$$20. x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$21. \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{5} = 0$$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۲۲. معادله $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$ را حل کنید.

۲۳. یکی از ریشه های معادله درجه دوم $2x^2 + mx + 3m - 5 = 0$ برابر یک است. ریشه دیگر را بیابید.

۲۴. مقدار m را طوری بیابید که معادله $x^2 - (m + 2)x + 2m = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد و سپس آن ریشه را بیابید.

۲۵. حدود m را طوری بیابید که معادله درجه دوم $mx^2 - (2m - 1)x + m - 2 = 0$ ریشه حقیقی نداشته باشد.

۲۶. از چه عدد مثبتی اگر معکوس آن کم شود حاصل برابر $\frac{5}{6}$ می شود؟

۲۷. طول اضلاع مثلث قائم الزاویه ای به صورت $2x + 2$ و $2x + 1$ و $2x$ است. محیط مثلث را بیابید.

۲۸. یک قالی در اتاقی به ابعاد ۶ متر در ۴ متر قرار دارد به طوریکه فاصله آن تا هر طرف اتاق با هم برابر است. اگر نساخت قالی برابر ۸ متر مربع باشد فاصله قالی تا هر طرف اتاق را بیابید .

۲۹. به ازای کدام مقدار m ریشه های حقیقی معادله ی $mx^2 + 3x + m^2 = 2$ معکوس یکدیگرند؟ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۰)

- $-2(1)$ $-1(2)$ $1(3)$ $2(4)$



۳۰. به ازای کدام مقدار m عدد $\frac{1}{8}$ واسطه ی عددی بین دو ریشه حقیقی معادله ی $(m^2 - 4)x^2 - 3x + m = 0$ است ؟

- $3(1)$ $-3(2)$ $4(3)$ $-4(4)$



۳۱. ریشه های کدام معادله از معکوس ریشه های معادله $2x^2 - 3x - 1 = 0$ یک واحد کمتر است؟ (سراسری تجربی ۹۴)

a) $x^2 - 3x + 1 = 0$

b) $x^2 + 3x + 1 = 0$

c) $x^2 - 5x + 2 = 0$

d) $x^2 + 5x + 2 = 0$

درس دوم :سهمی

❖ چی قراره یاد بگیری :

- معادله سهمی
- رسم نمودار سهمی

← بررسی نمودار تابع $y = ax^2 + bx + c$

(a) بهش می گن سهمی قائم

(b) مختصات نقطه راس در این تابع به صورت زیر میشه :

$$\diamond S \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} \\ y = -\frac{\Delta}{4a} \end{cases}$$

(c) هر تابع درجه دوم دارای یک محور تقارن به صورت $x = -\frac{b}{2a}$ و خطی که محور تقارن را روی خود منحنی قطع می کند خط $y = -\frac{\Delta}{4a}$ است .

(d) هر تابع درجه دوم محور y را در نقطه $(0, c)$ قطع می کند . محل برخورد تابع با محور افقی همون ریشه های تابع را نشون میده .

❖ روش رسم سهمی

اگر یک تابع درجه دوم در حالت کلی به صورت $y = ax^2 + bx + c$ باشد ابتدا از رابطه $x = -\frac{b}{2a}$ طول نقطه راس سهمی را

می یابیم و با جایگذاری آن در معادله عرض این نقطه نیز بدست می آید. سپس دو نقطه در دو طرف راس انتخاب کرده و راس را به

آنها وصل می کنیم.

تمرین

- نمودار سهمی های زیر را رسم کنید .

32. $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

33. $y = 2x - 3 - x^2$

34. $y = 6x^2 - 6x + 24$

۳۵. اگر $x + 2y = 30$ باشد ماکزیمم مقدار xy را بیابید .

۳۶. یک طناب به طول ۸۸ متر در دسترس است . با این طناب می خواهیم زمینی مستطیل شکل که یک طرف آن به رودخانه است را حصار کنیم بیشترین مساحتی که محصور میشود را بیابید .

۳۷. بیشترین مساحت زمینی مستطیل شکل که یک طرف آن رودخانه است و با طناب می توان محصور کرد ۶۴۸ مترمربع است . طول طناب را بیابید .

۳۸. مقدار m را طوری بیابید که ماکزیمم سهمی $y = mx^2 + 4x + 5$ برابر ۹ باشد .

۳۹. مستطیلی به ابعاد ۲۰ و ۶۰ مفروض است . اگر یک واحد به عرض آن اضافه کنیم دو واحد از طول آن کم می شود . در بین مستطیل هایی که به این صورت ساخته میشود بیشترین مساحت را بیابید .

۴۰. اگر خط $x=2$ محور تقارن سهمی به معادله $y = x^2 + mx + m$ باشد مختصات راس سهمی را بیابید.

۴۱. در صورتی که منحنی تابع $y = 2x^2 + ax + a - \frac{3}{2}$ محور افقی را در دو طرف محور عرض ها قطع کند آنگاه حدود تغییرات a چگونه است ؟

a) $a > 6$ یا $a < 2$

b) $2 < a < 6$

c) $a < \frac{3}{2}$

d) $a > \frac{3}{2}$

۴۲. اگر $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشد مقادیر a, b, c را طوری بیابید که این سهمی محور y را در نقطه ای به عرض ۳ و محور x را در نقطه ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه $A(2,3)$ بگذرد .

۴۳. تابع $y = ax^2 + x + b$ مفروض است. ضرایب a, b را چنان بیابید که منحنی از نقطه $A(2, -2)$ بگذرد و محور y ها را در نقطه ای به عرض 3 قطع کند.

۴۴. در تابع $y = ax^2 + bx - 2$ مقادیر a, b را طوری بیابید که نمودار تابع از نقطه $A(-1, 2)$ بگذرد و محور x را در نقطه ای به طول ۱ قطع کند.

۴۵. اگر $f(x) = x^2 + ax - 3b$ مقادیر a, b را طوری بیابید که این سهمی محور x ها را در نقطه ای به طول ۳ قطع کند و از نقطه $(1, -4)$ بگذرد.

۴۶. اگر $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشد a, b, c را به گونه ای بیابید که این سهمی محور y را در نقطه ای به عرض ۴ و محور x را در نقطه ای به طول ۱- قطع کند و از نقطه $(1, 2)$ نیز بگذرد.

درس سوم: تعیین علامت

❖ هدف این درس چیه :

- یادگیری تعیین علامت چند جمله ای درجه اول
- یاد گیری تعیین علامت چند جمله ای درجه دوم
- حل نامعادله

دو جمله ای درجه اول $y = ax + b$: کافی است عبارت را مساوی صفر قرار داده، ریشه آن را بیابیم. سپس با استفاده از جدول زیر تعیین علامت را انجام می دهیم .

x	ریشه
y	مخالف علامت a 0 موافق علامت a

سه جمله ای درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$: عبارت را مساوی صفر قرار داده، مقدار Δ را می یابیم.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

سپس با توجه به مقدار Δ یکی از حالت های زیر را خواهیم داشت :

1) اگر $\Delta > 0$ معادله دارای دو ریشه $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ است و جدول تعیین علامت به صورت زیر است :

x	ریشه بزرگتر	ریشه کوچکتر
y	مخالف علامت a 0 موافق علامت a	مخالف علامت a 0 موافق علامت a

2) اگر $\Delta = 0$ معادله دارای یک ریشه $x = \frac{-b}{2a}$ است .

x	ریشه
y	مخالف علامت a 0 موافق علامت a

3) اگر $\Delta < 0$ باشد معادله ریشه ندارد .

x	مخالف علامت a موافق علامت a
y	مخالف علامت a موافق علامت a

👉 اگر عبارتی دارای توان بود یا تو قدر مطلق بود به این صورت عمل کن .

- I. توان های فرد را اصلن نگاه نکن .
- II. توان های زوج همیشه علامت را مثبت میکنند .
- III. قدر مطلق هم مثل توان زوج عمل کن .

❖ حل نامعادله : برای حل نامعادله کافی است که عبارت را تعیین علامت کنیم و سپس با توجه به جهت نامساوی، جواب را انتخاب می کنیم

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

• ویژگی های زیر برای حل نامعادله به دردت می خوره

- I. $a < b, b < c \Rightarrow a < c$
- II. $a < b \Rightarrow a + c < b + c$
- III. $a > 0, b > 0 \Rightarrow ab > 0$
- IV. $a < b \xrightarrow{c>0} ac < bc$
- V. $a < b, c < d \Rightarrow a + c < b + d$
- VI. $a \neq 0 \Rightarrow a^2 > 0$
- VII. $a > 0 \Rightarrow a + \frac{1}{a} \geq 2$
- VIII. $a < 0 \Rightarrow a + \frac{1}{a} \leq -2$

❖ حل نامعادلات قدر مطلق

• ویژگی های زیر به دردت می خوره

- I. $|a| > 0$
- II. $|a| = |-a|$
- III. $\sqrt{a^2} = |a|$
- IV. $|a||b| = |ab|$
- V. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$
- VI. $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$
- VII. $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$
- VIII. $|x| > a \Leftrightarrow x > a \vee x < -a$
- IX. $|x| \geq a \Leftrightarrow x \geq a \vee x \leq -a$
- X. $|a + b| \leq |a| + |b|$

47. $y = 2x^2 - x - 3$

48. $y = (x^2 - 9)(3x - 1)$

49. $y = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + x + 1)(x - 3)}$

50. $y = \frac{-x^2 + 6x - 9}{x^2 + x + 3}$

51. $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$

• نامعادله های زیر را حل کنید .

52. $\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)} \geq 0$

53. $-1 < \frac{x+1}{1-x} \leq 2$

54. $\frac{3x^2-2x}{x^2+4} < 2$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

$$55. \frac{x^2-4}{x^2-3x+2} > \frac{2x+4}{x-2}$$

$$56. \frac{-1}{2}x^2 + 2x + 6 > \frac{7}{2}$$

• حدود x را چنان بیابید که عبارات زیر با معنی باشد .

$$57. A = \sqrt{-7x^2 - 3x + 4}$$

$$58. B = \sqrt{\frac{x-2}{x+2}}$$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

- حدود m را طوری بیابید که نامساوی زیر همواره برقرار باشد .

59. $\frac{x^2 - mx + 1}{x^2 + x + 1} > -1$

- معادلات و نامعادلات زیر را حل کنید .

60. $|x^3 - 9x| = 0$

61. $|3x - 5| = 4$

62. $|1 - x| \geq 2$

63. $|2x - 1| < 1$

64. $|2x - 1| < x$

65. $|x| + x = 2$

66. $|x^2 - 1| < 1$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

67. $|x - 1| + |x + 1| = 2$

68. $\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \geq 3$